

# Modélisations de l'emmanchement conique

**T. Collas<sup>a,b</sup>, F. Lebon<sup>a</sup>, I. Rosu<sup>a</sup>, C. Ningre<sup>b</sup>**

a. Aix Marseille Univ, CNRS, Centrale Marseille, LMA UMR 7031, Marseille, France, [nom]@lma.cnrs-mrs.fr

b. Nexter Systems, t.collas/c.ningre@nexter-group.fr

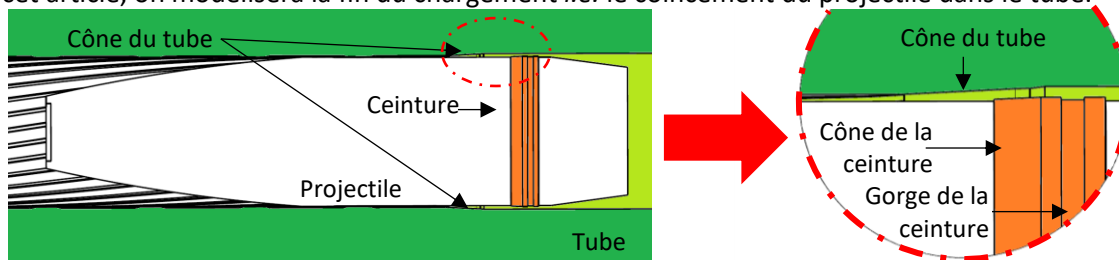
**Mots clés :** Interfaces ; Contact frottant ; Élastoplastique

## Résumé

Le chargement d'un projectile d'artillerie est caractérisé par une interaction de contact cône sur cône. Dans cette étude, des modèles analytiques et numériques permettant de décrire les phases de pénétration, de retour élastique et d'extraction du projectile sont proposés.

## 1. Introduction

Les phénomènes d'interactions de contact sont au cœur de la problématique de chargement de projectiles de gros calibre. Plus l'industrie tend à maximiser les performances de ses matériels, plus le besoin en compréhension fine de l'interaction entre le projectile et le tube devient nécessaire. Dans cet article, on modélisera la fin du chargement *i.e.* le coincement du projectile dans le tube.



**Figure 1.** Coupe avant le coincement. En vert : tube (foncé : plein / clair : creux) / orange : ceinture.

Pour les armes de gros calibres, le coincement est défini par l'interaction formant la liaison complète entre le cône du tube et la ceinture du projectile (Figure 1). Pour comprendre cet assemblage, on modélisera le tube comme un cône et le projectile comme étant défini seulement par la partie conique de sa ceinture.

## 2. Modélisation du contact cône sur cône

La modélisation analytique la plus simple du coincement est l'interaction cône sur cône. Dans cette première partie, on s'attachera à étudier ce modèle.

### 2.1. Loi de coincement – facteur de restitution

La loi de coincement définit le lien entre les variables du coincement en un point et à un instant donnés. Cette loi est une mise en forme originale des lois classiquement utilisées pour le calcul d'assemblage conique sous l'hypothèse de frottement de Coulomb [1]. Les deux équations caractéristiques du contact cône sur cône sont :

- Effort de pénétration :

$$E_p = F_t \cos(\alpha/2) + F_n \sin(\alpha/2) = PS \left( \frac{\mu}{\tan(\alpha/2)} + 1 \right) ; \tag{1}$$

- Effort d'extraction :

$$E_{ex} = - PS \left( \frac{\mu}{\tan(\alpha/2)} - 1 \right) \tag{2}$$

Où  $P$  est la pression de contact supposée uniforme sur la surface de contact  $S$ ,  $\alpha$  l'angle au cône et  $\mu$  le coefficient de frottement de l'interface. Les variables décrivant l'interaction ( $\alpha$  et  $\mu$ ) sont supposées non nulles.

À partir des deux équations (1) et (2), on peut construire le facteur de « restitution », noté  $r$ , de l'assemblage conique :

$$r = -\frac{E_{ex}}{E_p} = \frac{\mu - \tan(\alpha/2)}{\mu + \tan(\alpha/2)} \tag{3}$$

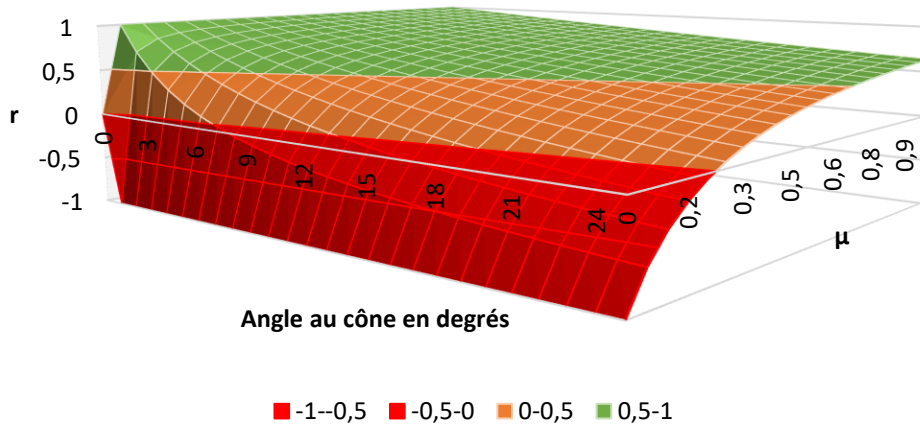


Figure 2. Facteur de restitution en fonction de l'angle au cône et du coefficient de frottement.

Si  $r < 0$  (zone en rouge sur la Figure 2), le coincement est théoriquement impossible ; le cône mâle sera « repoussé » par le cône femelle. Cette zone est définie pour des couples  $\mu$  faible et  $\alpha$  grand. Pour tout  $\alpha$  et  $\mu$  non nuls, on a  $r < 1$  i.e. l'effort d'extraction est strictement inférieur à l'effort de pénétration.

### 2.2. Modèle de retour élastique

Le modèle cône sur cône peut être amélioré en intégrant une représentation du caractère élastique de la matière. Pour cela, on ajoute un ressort axial et un ressort radial pour représenter la matière de la ceinture en contact avec le cône.

#### Notations et hypothèses :

On note  $x$  et  $y$  les coordonnées. L'indice  $p$  représente le point attaché au cône,  $r$  au ressort et  $o$  au projectile. Les variables seront notées avec un indice 1 pour la phase de pénétration, 2 pour la phase de retour élastique et 3 pour la phase d'extraction. On note  $k_1$  et  $k_2$  les raideurs des ressorts radial et axial.

Le point glisse sur la paroi tel que :  $\Delta x = -\sin(\alpha/2) \Delta y$ .

Les ressorts sont tels que :

$$F_x = -k_1(x_p - x_o) \text{ et } F_y = k_2(y_r - y_{r0}).$$

On note la projection des axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  dans le repère  $\vec{F}_n$  et  $\vec{F}_t$  :

$$\vec{x} = -\cos(\alpha/2) \vec{F}_n + \sin(\alpha/2) \vec{F}_t \text{ et}$$

$$\vec{y} = -\sin(\alpha/2) \vec{F}_n - \cos(\alpha/2) \vec{F}_t.$$

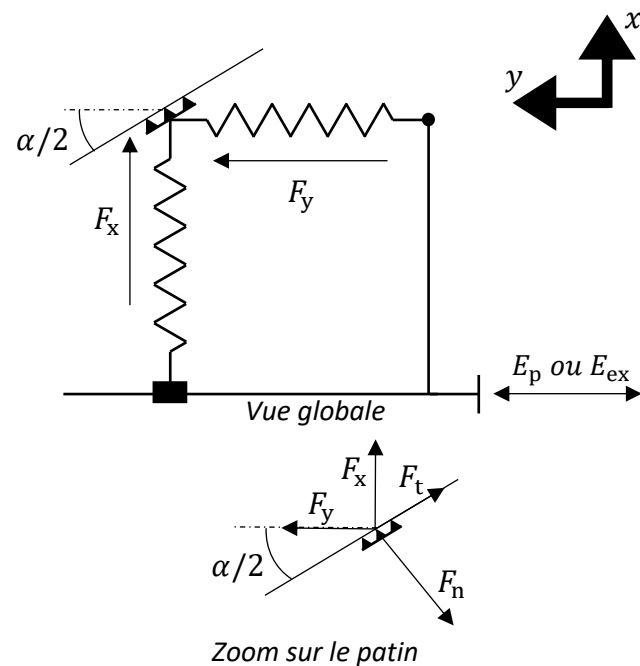


Figure 3. Modèle de coincement avec retour élastique.

Le modèle est schématisé sur la Figure 3. On distingue trois phases :

**a) Phase de pénétration.**  $E_p > 0$ , le modèle décrit l'enfoncement dans le cône :

Lors de la pénétration, le ressort axial se comprime en transmettant un effort extérieur de norme  $E_p$  au patin. Le patin glisse sur la paroi et comprime le ressort radial jusqu'à atteindre l'équilibre des efforts de frottement.

Le principe fondamental de la statique appliqué au patin donne :

$$\frac{F_{x1}}{F_{y1}} = \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{\mu + \tan(\alpha/2)} \tag{4}$$

Lors de la phase de pénétration :  $F_{y1} = E_p = k_2 y_{r1}$  d'où  $F_{x1} = -k_1 x_{p1} = \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{\mu + \tan(\alpha/2)} E_p$  ainsi  $x_{p1} = \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2) - E_p}{\mu + \tan(\alpha/2) k_1}$  et  $y_{p1} = -\frac{x_{p1}}{\sin(\alpha/2)}$ . En additionnant la contribution des deux ressorts, on peut en déduire la position finale du projectile :  $y_{o1} = y_{r1} + y_{p1} = \frac{E_p}{k_2} + \frac{E_p}{k_1} \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{\mu + \tan(\alpha/2)} \frac{1}{\sin(\alpha/2)}$

**b) Phase de retour élastique.** Sans contrainte extérieure, le modèle se relâche axialement :

Lors de la phase de retour élastique, le ressort radial reste comprimé. Cependant, la sollicitation extérieure devient nulle et le ressort axial se détend et reprend sa forme au repos.

$$F_{x1} = F_{x2} = \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{\mu + \tan(\alpha/2)} E_p \text{ et } F_{y2} = k_2 y_{r2} = 0 \text{ d'où } y_{o2} = y_{r2} + y_{p2} = 0 + \frac{E_p}{k_1} \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{\mu + \tan(\alpha/2)} \frac{1}{\sin(\alpha/2)}$$

**c) Phase d'extraction.**  $E_{ex} < 0$ , le modèle décrit la perte de contact :

Lors de la phase d'extraction, la sollicitation extérieure devient négative. Le ressort axial est étiré progressivement. Tant que le glissement n'est pas atteint, le patin reste immobile et le ressort radial reste comprimé. Le dernier état d'équilibre avant glissement est donné pour  $-\mu$ . L'équation (4) devient :

$$\frac{F_{x3}}{F_{y3}} = \frac{1 + \mu \tan(\alpha/2)}{-\mu + \tan(\alpha/2)} \tag{5}$$

À la limite du glissement,  $F_{x3} = F_{x1}$  et  $F_{y3} = E_{ex}$ . L'effort limite d'extraction du projectile, noté  $E_{ex}$ , s'écrit alors :

$$E_{ex} = \frac{-\mu + \tan(\alpha/2)}{1 + \mu \tan(\alpha/2)} F_{x1} = \frac{-\mu + \tan(\alpha/2)}{1 + \mu \tan(\alpha/2)} \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{\mu + \tan(\alpha/2)} E_p. \text{ D'où :}$$

$$\frac{E_{ex}}{E_p} = -r \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{1 + \mu \tan(\alpha/2)} \tag{6}$$

On obtient un nouveau rapport entre l'effort de pénétration et l'effort d'extraction. On peut alors définir un nouveau facteur « d'inversion », noté  $f_{inv}$ , tel que :

$$f_{inv} = \frac{1 - \mu \tan(\alpha/2)}{1 + \mu \tan(\alpha/2)} \tag{7}$$

$f_{inv}$  illustre l'influence du retour élastique sur l'inversion du sens de travail. Ce facteur permet de retrouver  $r$  dans le rapport des efforts de coincement et de décoincement. Il est totalement déterminé par  $\alpha$  et  $\mu$  dans cette modélisation et il est strictement inférieur à 1.

Lorsqu'on le compare aux simulations éléments finis, on remarque que le modèle analytique décrit globalement le comportement au coincement et dispose d'une bonne précision en déplacement ( $\frac{\Delta y_p}{y_{p \text{ sim}}} \leq 0.6\%$ ). Cependant, le modèle est peu prédictif en effort ( $20\% \leq \frac{\Delta E_{ex}}{E_{ex \text{ sim}}} \leq 40\%$ ). Pour augmenter ses performances, il faudrait rajouter au modèle l'influence des couplages entre les différentes déformations ainsi que l'influence des déformations plastiques.

### 3. Approche numérique de l'emmanchement

De nombreuses simulations éléments finis ont été réalisées sous Abaqus. Chaque simulation est composée trois étapes de calcul statique avec un matériau élastoplastique : pénétration, retour élastique (relâchement) et extraction.

#### 3.1. Pression le long du contact

Lorsqu'on trace la pression de contact le long de la surface, on remarque un profil de pression particulier (Figure 4). Ce profil est non homogène spatialement et évolue lors des différentes phases. Lors de la phase de retour élastique, on remarque une réorganisation de la pression le long du contact : l'avant se décharge au profit de l'arrière.

On peut supposer que ces profils particuliers sont générés par le contact cône sur cône ainsi que par la géométrie de la ceinture. On retrouve des résultats similaires à ceux de P. Chen *et al.*[2]

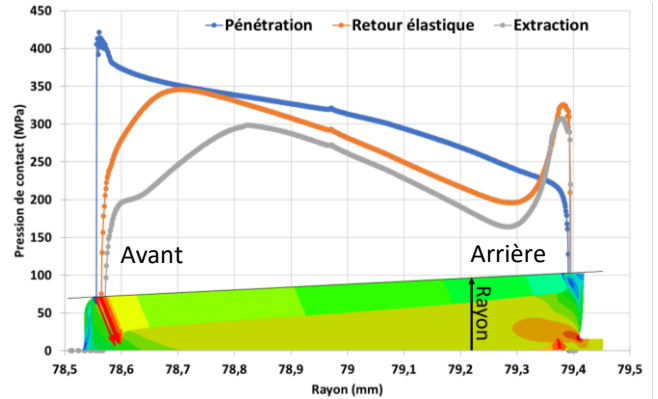


Figure 4. Pression le long du contact.

#### 3.2. Étude paramétrique

Les modèles numériques permettent d'étudier la sensibilité aux variables  $\alpha$  et  $\mu$ . Les résultats montrent que  $f_{inv}$  est sensible à  $\mu$  (Figure 5) et que sa valeur est toujours inférieure à la valeur prédite par le modèle élastique.

Dans une gamme de valeurs probables de  $\alpha$ , on n'a pas observé de comportement particulier ainsi que de grandes variations de  $f_{inv}$ .

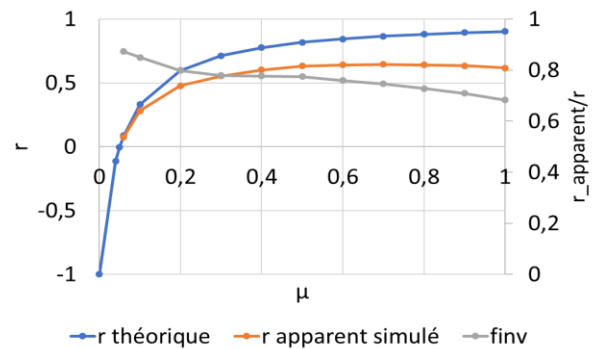


Figure 5. Évolution de  $r$  et  $f_{inv}$  en fonction de  $\mu$ .

### 4. Conclusions

Ces travaux proposent une description préliminaire du phénomène de coincement et de l'état coincé. Les modèles analytiques permettent de décrire dans les grandes lignes les comportements de coincement. Il convient de les améliorer pour gagner en précision de prédiction sur les grandeurs caractéristiques. Les simulations éléments finis réalisées permettent de gagner en compréhension sur le phénomène de coincement et ont notamment permis une première quantification de l'influence du coefficient de frottement  $\mu$ .

### Bibliographie

- [1] J.-L. Fanchon, Guide de Mécanique, Nathan, 2001.
- [2] P. Chen et M. Leach, «Modeling of Barrel/Projectile Interaction in a Rotating Band,» Technical report - Army armament research development and engineering, Center Watervliet NY Benet Labs, 2001.